

2026 年

“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛

第二阶段

C 题 智能增材制造

激光增材制造(例如激光粉末床熔融, LPBF)是一类广义的 3D 打印技术。通过激光束逐层扫描粉末床, 使材料熔化并凝固, 最终形成整体的复杂零件。与传统切削加工相比, 增材制造能够实现复杂内部结构、轻量化构件和高定制化设计, 因此在航空航天、医疗器械、精密制造等领域具有重要的应用价值。

增材制造过程可视为将零件沿高度方向分成若干薄层, 逐层扫描并成形。每层都可视为一个二维区域, 区域内需要由高能激光束按一定顺序扫描, 扫描到的位置会产生局部高温。一层中的扫描路径可分解为若干“扫描单元”(如条带或网格块等子区域)。激光按照某一顺序访问这些单元, 在单元内部进行有效扫描, 完成后再移动到下一个单元进行扫描。但从一个单元移到另一个单元时可能发生“空走”。某一区域刚被扫描后温度较高, 若短时间内又扫描其邻近区域, 则局部热量难以及时散去, 容易产生热积累。所以增材制造的成形质量不仅取决于材料本身, 还高度依赖于扫描路径的设计。若路径安排不合理, 可能出现以下问题:

- 局部热积累过高: 相邻区域在短时间内重复受热, 可能导致局部过热;
- 温度分布不均匀: 造成残余应力, 严重者会产生翘曲变形甚至开裂;
- 打印效率降低: 空走路径过长, 增加制造时间;
- 成形稳定性下降: 对细长结构、薄壁结构和带孔区域尤其敏感。

因此, 在给定零件分层几何和设备参数的条件下, 如何设计合理的逐层扫描路径, 使打印效率与成形质量达到平衡, 是一个在工程中有意义的问题。

某增材制造设备现需打印若干个给定零件。每个零件已完成切片处理。对每一层, 待打印区域已离散为若干扫描单元。设备参数和简化后的热效应参数已知。请建立数学模型, 设计合理的逐层扫描路径与扫描顺序, 并在效率与质量之间进行权衡。具体完成下列问题。

第一阶段问题:

1. 对于单层打印区域, 已知该层包含若干扫描单元, 每个单元具有其几何位置、有效扫描长度、与其他单元之间的空走距离、单元之间的邻接关系等信息。请你建立合理的数学模型, 确定该层各扫描单元的访问顺序, 使得单层打印总时间最小。具体要求包括:

- 给出总打印时间的表达式;
- 说明设备约束(如最大扫描速度、空走速度、起止点规则等)如何纳入模型;
- 给出一种可计算的求解方法。

2. 仅最小化时间可能导致相邻区域连续受热, 从而引起热积累问题。为简化问题, 我们给定一个简化的热影响规则:

- 每个扫描单元完成扫描后, 会对自身及邻近单元产生热影响;
- 热影响随时间衰减;
- 热影响随空间距离增大而减弱;
- 某一时刻某单元的热风险可视为此前若干扫描操作贡献的叠加。
- 若单元 i 在时刻 t_i 被扫描, 则它对在时刻 t_j ($t_j > t_i$) 扫描的单元 j 的热贡献可以简化设为

$$H_{ij} = A \exp(-\alpha(t_j - t_i)) \exp(-\beta d_{ij}),$$

其中 A 为初始热影响强度, 目前取值为 1; α 为时间冷却系数, 目前取值为 0.18 每秒; β 为空间衰减系数, 目前取值为 0.08 每毫米; d_{ij} 为两个单元的几何距离, 通常可用单元的中心间距来近似。

请你建立合理的热积累风险评估模型, 用于评估某条扫描路径的热风险。所谓热风险的讨论需要包括:

- 给出热风险的数学表达;
- 说明热风险与扫描顺序、空间距离、时间间隔之间的关系;
- 分析如何用该指标刻画“局部过热”与“热分布不均匀”;
- 讨论指标中参数变化对模型结果的影响。

在附件中给出了三种作为基准的扫描方案, 请你比较三个基准方案以及你在问题 1 中设计的最小化时间方案在打印时间、空走距离、热风险上的表现。

第二阶段问题:

1. 对给定的扫描路径, 请你建立合理的数学模型来识别产生高热风险的关键单元、关键单元对或关键局部区域。
2. 请你建立综合考虑打印时间、空走距离与热积累风险的优化模型, 对每个给定零件的各打印层设计扫描路径。这套算法要求集成在设备中, 而设备可能有多种应用, 所以希望能够广泛适应于各种需求。要求至少包含以下工作:
 - 给出合理的、有工业意义的优化目标, 可以并不限于采用多目标加权、约束优化或 Pareto 前沿等方法, 要明确给出对设备用户而言, 使用这套算法的所需参数应当如何获取或测量;
 - 给出在不同权重或不同偏好(即不同用户需求)下的若干代表性扫描方案, 并与最短时间方案和基准方案进行比较;
 - 如果允许在步骤之间增加少量冷却(等待)时间, 优化模型的结果会不会发生改变?